数学 II 計算力チェック

1. 関数 $f(x) = \frac{3}{2}x - 2$ とする。次に定める 図形の面積を求めよ。

(1) y = f(x), x 軸と直線 x = 2, x = 5

(3) y = f(x), x 軸と直線 x = -2, x = 5

(2) y = f(x), x 軸と直線 x = -2, x = 0

解説

- 1 関数 $f(x) = \frac{3}{2}x 2$ f(x) = 0 として解くと、 $\frac{3}{2}x = 2$ より $x = \frac{4}{3}$ である.
- (1) y = f(x), x軸と直線 x = 2, x = 5 $f(2) = 1, \quad f(5) = \frac{11}{2} \text{ であるから},$ $2 \le x \le 5 \text{ で } \frac{3}{2}x 2 > 0 \text{ である},$ よって、 $S = \int_2^5 \left(\frac{3}{2}x 2\right) dx$ $= \left[\frac{3x^2}{4} 2x\right]_2^5$ $= \left(\frac{75}{4} 10\right) (3 4)$ $= \frac{35}{4} + 1 = \frac{39}{4}$

(3)
$$y = f(x)$$
, x 軸と直線 $x = -2$, $x = 5$

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$
 のグラフの形と
$$f(x) = 0$$
 の解 $x = \frac{4}{3}$ から、
$$-2 \le x \le \frac{4}{3}$$
 で $\frac{3}{2}x - 2 \le 0$

$$\frac{4}{3} \le x \le 5$$
 で $\frac{3}{2}x - 2 \ge 0$ なので、
$$S = \int_{-2}^{\frac{4}{3}} -(\frac{3}{2}x - 2)dx + \int_{\frac{4}{3}}^{5} (\frac{3}{2}x - 2)dx$$

$$= \left[-\frac{3x^2}{4} + 2x \right]_{-2}^{\frac{4}{3}} + \left[\frac{3x^2}{4} - 2x \right]_{\frac{4}{3}}^{5}$$

$$= \left(-\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{9} + 2 \cdot \frac{3}{4} \right) - \left(-\frac{3 \cdot 4}{4} - 4 \right)$$

$$+ \left(\frac{3}{4} \cdot 25 - 10 \right) - \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{9} - \frac{8}{3} \right)$$

$$= \left(-\frac{4}{3} + \frac{8}{3} \right) - (-7) + \frac{75}{4} - 10 - \frac{4}{3} + \frac{8}{3}$$

$$= -3 + \frac{75}{4} + \frac{8}{3} = \frac{-36 + 257}{12} = \frac{221}{12}$$